

Teorie prostoru,

5. dubna 2012

vyložena nezávisle na pravdivosti nebo nesprávnosti (a priori navždy nerozhodnutelná) pověstného XI. Eukleidova axiomu: pro případ nesprávnosti s geometrickou kvadraturou kruhu¹

od

Janose Bolyiaie v. Bolya

PŘELOŽIL RNDr. Karel Vašíček

hejtmana v c.k. rakouské armádě

Vysvětlení ke zkrácení použitých znaků

\overline{AB} znamená souhrn *všech* bodů na přímce procházející body A, B

\overrightarrow{AB} polopřímka (paprsek) od A bodem B

ABC souhrn *všech* bodů v rovině obsahující nekolineární body A, B, C

$|AB\downarrow C$ polorovina mající hranici \overline{AB} a obsahující C

$\angle ABC$ menší z oblasti úhlu ohraničené rameny \overrightarrow{AB} , a \overrightarrow{BC} ;

$ABCD$ (když D je vnitřní bod úhlu $\angle ABC$ a A, B, C, D se neprotínají navzájem) rovinná oblast ohraničená pomocí $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ a obsažená v $\angle ABC$;

(AB, CD) (jestliže AB, CD jsou v jedné rovině a neprotínají se) rovinná oblast ohraničená pomocí AB a CD ;

R pravý úhel

$AB \simeq CD$ relace $\angle CAB = \angle ACD$;

\equiv znamená kongruenci²

$x \leftrightarrow a$ x konverguje k limitě a .

$\bigcirc r$ obvod kružnice o poloměru r .

$\odot r$ obsah kruhu o poloměru r .

Rovnoběžnost.

§1

obr. 1

¹Překládáno dle německého vydání v knize H. Reichardt: Gauss und die Anfaenge der nicht-euklidischen Geometrie. TEUBNER-ARCHIV zur Mathematik-Band 4. BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig 1985 a

Janos Bolyai: Appendix. The Theory of Space. Editor: F. Kárteszi. Elsevier Science Publishing. Company Inc.. ISBN 0 444 86528 4

²Není míněna kongruence obvyklá v teorii čísel

Když \overrightarrow{BN} neprotíná, zatímco každá jiná \overrightarrow{BP} v oblasti úhlu ABN protíná (obr. 1) \overrightarrow{AM} , tak se toto označí prostřednictvím

$$\overrightarrow{BN} \parallel \overrightarrow{AM}$$

Samozřejmě, každý bod B vně přímky AM je počátek *jedné a jen jedné* \overrightarrow{BN} s touto vlastností, Navíc

$$\angle BAM + \angle ABN \leq 2R,$$

Neboť, jestliže BC rotuje kolem B , dokud

$$\angle BAM + \angle ABC = 2R$$

budou první polohou, kde \overrightarrow{BC} neprotíná \overrightarrow{AM} a v této poloze máme $\overrightarrow{BN} \parallel \overrightarrow{AM}$.

Také je zjevné, že $\overrightarrow{BN} \parallel \overrightarrow{EM}$, pro každý bod BE na přímce AM (předpokládáme ve všech takových případech, že M bylo zvoleno tak, že platí $\overrightarrow{AM} > \overrightarrow{AE}$)

Jestliže se vzdálí C na AM daleko do nekonečna, a je vždy $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC}$, potom

$$\angle CDB = \angle CBD < \angle NBC.$$

Ale $NBC \leftrightarrow 0$. Proto je také $ADB \leftrightarrow 0$.